

NOMBRE Y APELLIDO: Mario Schusevitzky

COMISIÓN: 3

Justificar todas las respuestas. No está permitido el uso de calculadoras o dispositivos electrónicos.

Ejercicio 1. (20 pts.) Sean W_1 y W_2 los siguientes subespacios de \mathbb{R}^4 :

$$W_1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x = y, x - z = w\},$$

$$W_2 = \langle (0, 0, 0, 1), (1, 1, 1, 0), (1, 1, 1, -1), (1, 0, 1, 0) \rangle.$$

- Dar una base de W_1 y completarla a una base de \mathbb{R}^4 .
- Dar una base de $W_1 + W_2$.
- Calcular la dimensión de $W_1 \cap W_2$.

Ejercicio 2. (20 pts.) Sea $\mathbb{P}_3 \subset \mathbb{R}[x]$ el subespacio de polinomios de grado menor que 3.

(a) Mostrar que $\{x + 2, x^2 + 2x, 2x^2\}$ es una base de \mathbb{P}_3 .

(b) Dar las coordenadas de un polinomio $p(x) = a + bx + cx^2$ en esta base.

Ejercicio 3. (20 pts.)

(a) Hallar una transformación lineal $T : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^4$ que satisfaga

$$T(1 - i, 1 + i) = (1, -i, 1, i), \quad T(1, i) = (0, 0, 0, 0).$$

(b) ¿Es única?

(c) Dar una fórmula para $T(x, y)$.

Ejercicio 4. (20 pts.) Sea $D : \mathbb{P}^4 \rightarrow \mathbb{P}^3$ la transformación lineal dada por

$$D(p(x)) = p'(x),$$

es decir $D(ax^3 + bx^2 + cx + d) = 3ax^2 + 2bx + c$.

- Calcular la matriz de D con respecto a las bases canónicas de \mathbb{P}^4 y \mathbb{P}^3 .
- Calcular el núcleo de D .

Ejercicio 5. (20 pts.) Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar o dar un contraejemplo según el caso.

- (a) Sean U, V dos subespacios de un esp. vectorial W . Si $U + V = W$, entonces $U \cap V = 0$.
- (b) \mathbb{R} es un \mathbb{C} -espacio vectorial (con la suma de \mathbb{R} y la multiplicación por escalares inducida por la inclusión $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$).
- (c) Sean $T : V \rightarrow W$ y $S : W \rightarrow U$ dos transformaciones lineales inyectivas. Entonces la composición $S \circ T : V \rightarrow U$ es inyectiva.
- (d) Sean $V \subset W$ dos espacios vectoriales y sea B una base de V . Entonces existe una base de W que contiene a B .

Ejercicio	1	2	3	4	5	Total
Nota						